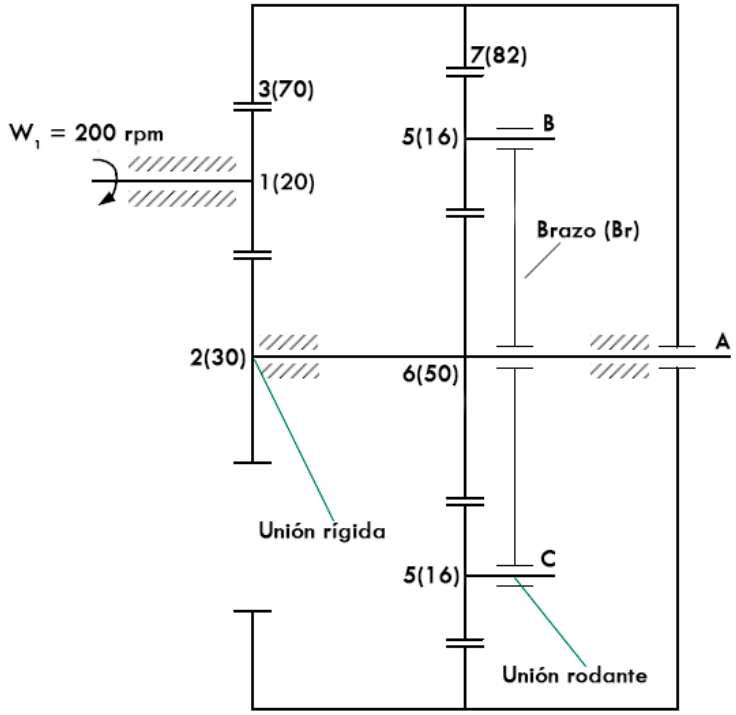
EJERCICIOS DE CLASE - TEMA 13

Trenes de Engranajes

P1

Calcular la velocidad y sentido de giro del brazo (Br).



Nomenclatura: Nº Engranaje (Dientes)

Al tratarse de un tren de engranajes en el cual aparece un tren planetario deberemos aplicar los conocimientos que ya tenemos tanto de trenes ordinarios como de planetarios.

Recordad que para resolver el planetario necesitamos hacer uso del **Método basado en la Velocidad Aparente**, con la que obtendremos la relación de transmisión aparente, siendo ésta la que tendría el tren si estuviese funcionando como un tren ordinario (es decir, cuando el brazo portasatélites tiene velocidad nula).

Para conseguirlo, este método supone que se comunica a cada eje de giro una velocidad igual a la del brazo, pero de sentido contrario, quedando la expresión como:

$$\mu_a = \frac{w'_e}{w'_s} = \frac{w_e - w_{brazo}}{w_s - w_{brazo}} = \frac{producto\ del\ número\ de\ dientes\ de\ engranes\ conducidos}{producto\ del\ número\ de\ dientes\ de\ engranes\ conductores}$$

El cociente de los productos de los dientes de las distintas ruedas se analizará como en caso de tren ordinario y se le aplicará el signo correspondiente según el montaje.

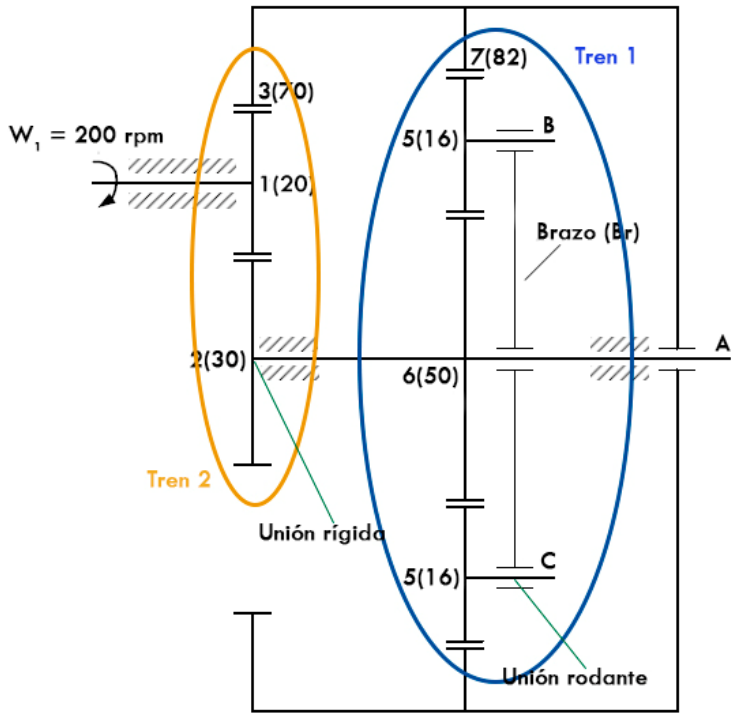
Comentado lo anterior, comenzamos analizar el tren de engranajes propuesto. La metodología a seguir es siempre la misma por lo que conviene aprender los pasos a realizar.

Procedimiento para analizar trenes complejos (inicialmente):

1) Identificar brazos (planetarios).
   Cada brazo formará un subtren planetario dentro del conjunto.
   Para cada subtren planetario:
   a) Identificar ejes móviles.
   b) Identificar engranajes sobre ejes móviles.
   c) Identificar engranajes que engranen con los anteriores.
2) Identificar y analizar los elementos sobrantes (formarán subtrenes ordinarios).
3) Analizar ligaduras o nexos entre los distintos subtrenes.

Resolvemos nuestro problema:

1) Identificar brazos: Br
2) Identificar ejes móviles: B y C (Los ejes que están montados sobre el brazo portasatélites).
3) Identificar engranajes sobre ejes móviles: 5 (Tenemos dos satélites llamados 5, porque son iguales).
4) Identificar engranajes que engranen con los anteriores: 6, 7
5) Identificar y analizar los elementos sobrantes: 1, 2, 3 (Forman un subtren ordinario simple).
6) La corona 3,7 y el eje A (compartido por las ruedas 2 y 6) cumplen función de nexo entre el tren planetario y el tren ordinario, al pertenecer a los dos subtrenes.



7) Plantear ecuaciones:

Primera ecuación que podemos plantear. Conocemos la entrada (1) y podemos llegar a 6 pasando a través de 2. Obtendríamos la velocidad del engranaje central del planetario (sol).

Dato: $w_1 = 200\,rpm\,(Horario) = -200\,rpm$

$\mu_{Tren2,1} = \frac{w'_e}{w'_s} = \frac{w_1}{w_6} = \frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{w_2}{w_6}$ (Consideramos que $w_2 = w_6$ ya que comparten eje).

Nota: Recordad no simplificar en la expresión de velocidades.

$\mu_{Tren2,1} = \frac{w'_e}{w'_s} \rightarrow \frac{w_1}{w_6} = \frac{w_1}{w_2} \cdot 1$ (Ya que $\frac{w_2}{w_6} = 1$ al valer lo mismo).

$\mu_{Tren2,1} = \frac{w'_e}{w'_s} \rightarrow \frac{w_1}{w_6} = -\frac{Z_2}{Z_1} \cdot 1$ (Añadir el signo correspondiente según el montaje).

$w_6 = -\frac{20}{30} \cdot (-200\,rpm) = \frac{400}{3} rpm$

A través de 1 también se puede llegar a 7 de manera directa. Con esto tendríamos la velocidad de la corona y el nexo de unión con el planetario:

$\mu_{Tren2,2} = \frac{w'_e}{w'_s} \rightarrow \frac{w_1}{w_7} = \frac{w_1}{w_3} \cdot \frac{w_3}{w_7}$(Considerar $w_3 = w_7$ puesto que son la misma corona).

$\mu_{Tren2,2} = \frac{w'_e}{w'_s} \rightarrow \frac{w_1}{w_7} = \frac{w_1}{w_3} \cdot 1$

$\mu_{Tren2,2} = \frac{w'_e}{w'_s} \rightarrow \frac{w_1}{w_7} = \frac{Z_3}{Z_1} \cdot 1$ (Al tratarse de un engrane de contacto interior, no hay cambio de signo).

$w_7 = \frac{20}{70} \cdot (-200\,rpm) = -\frac{400}{7} rpm$

Nos queda resolver el tren planetario final:

$\mu_{Tren1} = \frac{w'_e}{w'_s} = \frac{w_e - w_{brazo}}{w_s - w_{brazo}} \rightarrow \frac{w_6 - w_{brazo}}{w_7 - w_{brazo}} = \frac{w_6}{w_5} \cdot \frac{w_5}{w_7}$

$\mu_{Tren1} = \frac{w'_e}{w'_s} = \frac{w_e - w_{brazo}}{w_s - w_{brazo}} \rightarrow \frac{w_6 - w_{brazo}}{w_7 - w_{brazo}} = -\frac{Z_5}{Z_6} \cdot \frac{Z_7}{Z_5} = -\frac{Z_7}{Z_6}$

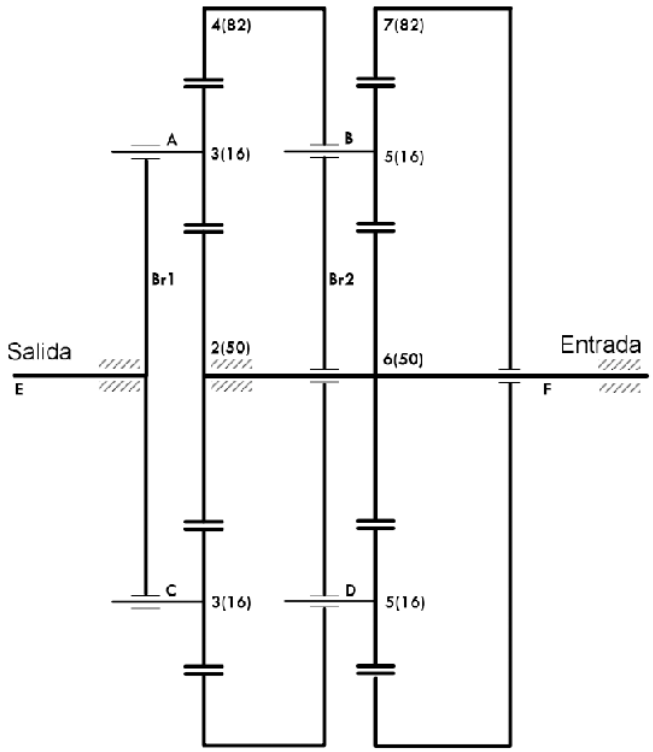
$\frac{(\frac{400}{3}) - w_{brazo}}{(-\frac{400}{7}) - w_{brazo}} = -\frac{Z_7}{Z_6} = -\frac{82}{50}$

$w_{brazo} = 15\,rpm$ (Sentido de giro antihorario).

P2

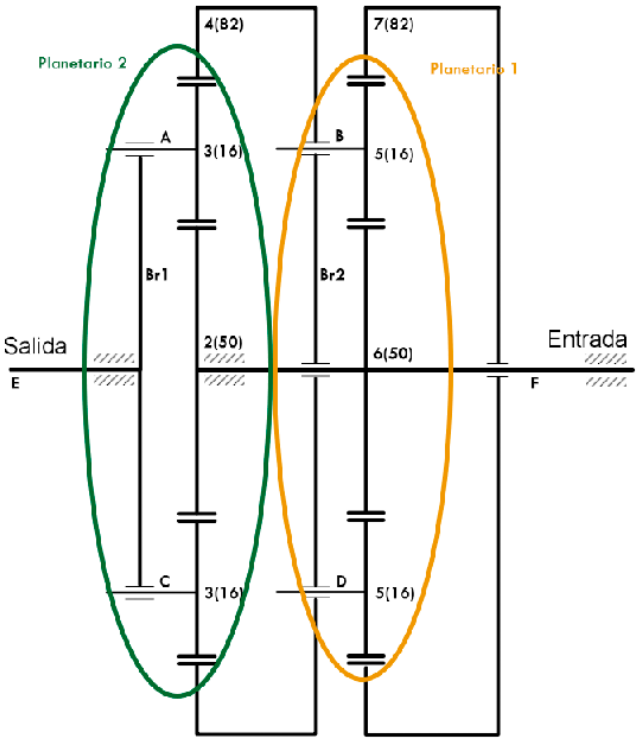
Obtener la relación de transmisión en la siguiente caja de cambios epicicloidal para los casos:

a) Primera marcha (Rueda 4 Bloqueada).
b) Segunda marcha (Rueda 7 Bloqueada).



Procedimiento de análisis:

1) Identificar brazos: Br1 y Br2 (Tenemos dos planetarios)
   Nota: una corona puede ser a la vez engranaje por un lado y brazo portasatélites por otro (Brazo 2).
2) Identificar ejes móviles: A, B, C Y D (Los ejes que están montados sobre el brazo portasatélites). El resto de ejes son fijos a la bancada de montaje.
3) Identificar engranajes sobre ejes móviles: 3 y 5 (Tenemos dos satélites de cada).
4) Identificar engranajes que engranen con los anteriores: 2, 4, 6, 7
5) Identificar y analizar los elementos sobrantes: No hay engranajes sobrantes, son dos planetarios y nada más.
6) Como elementos de unión tenemos el eje F (comunica las ruedas 2 y 6 (soles)) y el brazo Br2 que es parte de la corona del primer subtren y portasatélites para el segundo.



a) Primera marcha (Rueda 4 Bloqueada).

$w_4 = w_{Br2} = 0$

$w_2 = w_{in}$

$w_{Br1} = w_{out}$

$$\mu_{Tren2} = \frac{w'_e}{w'_s} = \frac{w_e - w_{brazo}}{w_s - w_{brazo}} \rightarrow \frac{w_2 - w_{Br1}}{w_4 - w_{Br1}} = -\frac{Z_3}{Z_2} \cdot \frac{Z_4}{Z_3} = -\frac{Z_4}{Z_2}$$

$$\mu_{Tren2} = \frac{w'_e}{w'_s} = \frac{w_e - w_{brazo}}{w_s - w_{brazo}} \rightarrow \frac{w_{in} - w_{out}}{0 - w_{out}} = -\frac{Z_4}{Z_2}$$

$$w_{out}(Primera) = \frac{w_{in}}{(1 + \frac{Z_4}{Z_2})} = \frac{w_{in}}{2.64}$$

$$\boldsymbol{w_{out}(Primera) = 0.379 \cdot w_{in}}$$

b) Segunda marcha (Rueda 7 Bloqueada).

$w_7 = 0$

$w_6 = w_{in}$

w_{Br2}

$$\mu_{Tren1} = \frac{w'_e}{w'_s} = \frac{w_e - w_{brazo}}{w_s - w_{brazo}} \rightarrow \frac{w_6 - w_{Br2}}{w_7 - w_{Br2}} = -\frac{Z_5}{Z_6} \cdot \frac{Z_7}{Z_5} = -\frac{Z_7}{Z_6}$$

$$\mu_{Tren1} = \frac{w'_e}{w'_s} = \frac{w_e - w_{brazo}}{w_s - w_{brazo}} \rightarrow \frac{w_{in} - w_{Br2}}{0 - w_{Br2}} = -\frac{Z_7}{Z_6}$$

$$w_{Br2} = \frac{w_{in}}{(1 + \frac{Z_7}{Z_6})} = \frac{w_{in}}{2.64}$$

Sabemos que $w_{Br2} = w_4 = \frac{w_{in}}{2.64}$ por tratarse del mismo elemento. Y, además, ahora nos situamos en el segundo tren y tenemos:

$w_2 = w_6 = w_{in}$

$w_{Br1} = w_{out}$

$$\mu_{Tren2} = \frac{w'_e}{w'_s} = \frac{w_e - w_{brazo}}{w_s - w_{brazo}} \rightarrow \frac{w_2 - w_{Br1}}{w_4 - w_{Br1}} = -\frac{Z_3}{Z_2} \cdot \frac{Z_4}{Z_3} = -\frac{Z_4}{Z_2}$$

$$\mu_{Tren2} = \frac{w'_e}{w'_s} = \frac{w_e - w_{brazo}}{w_s - w_{brazo}} \rightarrow \frac{w_{in} - w_{out}}{\frac{w_{in}}{2.64} - w_{out}} = -\frac{Z_4}{Z_2}$$

$$w_{out}(Segunda) = \frac{1.62}{2.64} w_{in}$$

$$\boldsymbol{w_{out}(Segunda) = 0.614 \cdot w_{in}}$$